

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

1. Общие положения

1.1. Настоящая программа определяет содержание, структуру, форму проведения, систему оценивания и порядок подготовки абитуриентов к вступительному испытанию, проводимому Университетом БРИКС самостоятельно.

1.2. Конкретное предметное наполнение формируется на основе настоящей программы и утверждённой предметной области соответствующего направления.

1.3. Вступительное испытание проводится в письменной (в компьютерной) форме и направлено на проверку уровня знаний, умений и способности к аналитическому рассуждению, необходимых для освоения выбранной образовательной программы.

1.4. Язык проведения испытания: русский.

2. Цели и задачи вступительного испытания

Цель — объективная оценка готовности абитуриента к обучению по выбранному направлению подготовки.

Задачи:

- проверить владение базовым понятийным аппаратом предметной области;
- оценить умение применять знания для решения типовых задач;
- выявить способность к анализу, обобщению, аргументации и формулированию обоснованных выводов;
- обеспечить равные и прозрачные условия для всех абитуриентов.

3. Структура и регламент вступительного испытания

Продолжительность испытания — 90 минут.

Часть	Тип заданий	Кол-во	Балл за задание	Максимум
Часть А	Вопросы с выбором одного верного ответа	20	0 или 2	40
Часть В	Вопросы с кратким открытым ответом	10	0 или 3	30
Часть С	Задания с развёрнутым аналитическим рассуждением	5	от 0 до 6	30
Итого		35		100

Рекомендуемое распределение времени:

- Часть А — до 25 минут ($\approx 1-1,5$ мин на вопрос);
- Часть В — до 25 минут ($\approx 2-2,5$ мин на вопрос);
- Часть С — до 35 минут (≈ 7 мин на задание);
- 5 минут — резерв на проверку и перенос ответов.

4. Описание частей и требования к заданиям

Часть А. Тестовые задания с выбором одного верного ответа (20 заданий)

- Каждое задание содержит формулировку вопроса и **4 варианта ответа**, из которых **только один верный**.
- Проверяют знание фактов, определений, базовых закономерностей, умение распознавать и классифицировать.
- Оценивание: **2 балла** за верный ответ, **0 баллов** — за неверный, несколько отмеченных или отсутствующий ответ.
- Частичное оценивание не предусмотрено.

Часть В. Задания с кратким открытым ответом (10 заданий)

- Ответом служит **одно слово** (термин, понятие, имя, число, дата, формула в краткой записи).
- Проверяют точное владение терминологией и умение восстановить недостающий элемент.
- Оценивание: **3 балла** за точный ответ, **0 баллов** — за неточный или отсутствующий.

Часть С. Задания с развёрнутым аналитическим рассуждением (5 заданий)

- Требуют построения логически связного рассуждения: анализа условия, применения знаний, аргументации и формулировки вывода.
- Проверяют способность мыслить системно, обосновывать позицию, работать с данными/источниками/моделями.
- Оценивание — по критериям, **от 0 до 6 баллов** за каждое задание (см. раздел 5).

5. Критерии оценивания заданий Части С (0–6 баллов)

Каждое аналитическое задание оценивается по четырём критериям:

Критерий	Содержание	Макс. балл
К1. Понимание условия и постановка	верно выделена суть задачи/проблемы, определены данные и искомое	1
К2. Корректность подхода	выбран верный метод, модель, теоретическая основа	2
К3. Логика и аргументация	рассуждение последовательно, непротиворечиво, аргументировано	2
К4. Вывод	сформулирован обоснованный и точный итоговый вывод	1
Итого		6

Шкала качества рассуждения:

- **6** — полное, безошибочное, логически завершённое рассуждение;
- **4–5** — верное по сути с незначительными недочётами;
- **2–3** — частично верное, с пробелами в логике или ошибками;
- **1** — отдельные верные элементы без целостного решения;
- **0** — ответ отсутствует, неверен или не относится к заданию.

6. Итоговое оценивание

6.1. Максимальная сумма за испытание — **100 баллов**.

6.2. Итоговый балл = сумма баллов Частей А, В и С.

6.3. Минимальный (пороговый) балл, подтверждающий успешное прохождение испытания, устанавливается правилами приёма Университета (рекомендуемое значение — не ниже **60 баллов**).

7. Рекомендации абитуриенту по подготовке

1. Изучить разделы настоящей программы и приложение по выбранному направлению.
2. Систематизировать понятия и термины (Часть В требует точных формулировок одним словом).
3. Отработать решение типовых тестовых заданий на время (Часть А — скорость и точность).
4. Тренировать письменное аргументированное рассуждение по критериям К1–К4 (Часть С).
5. Выполнить пробное испытание в условиях лимита 90 минут.

Рекомендуемая стратегия на испытании:

- сначала ответить на простые вопросы Частей А и В, затем перейти к Части С;
- не оставлять задания Части А без ответа (штрафа за неверный ответ нет — отметить наиболее вероятный вариант);
- в Части С обязательно записывать ход рассуждения, а не только итог — баллы начисляются за логику и аргументацию.

8. Тематическое содержание вступительного испытания

Раздел 1. Элементы теории множеств и математической логики

- 1.1. Множества. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение). Диаграммы Венна.
- 1.2. Декартово произведение множеств. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества.
- 1.3. Отношения и их свойства (рефлексивность, симметричность, транзитивность). Отношения эквивалентности и порядка.
- 1.4. Отображения (функции). Инъекция, сюръекция, биекция. Композиция отображений.
- 1.5. Высказывания и логические операции. Формулы алгебры логики, тавтологии, равносильности.
- 1.6. Логика предикатов. Кванторы. Логическое следование.
- 1.7. Булевы функции. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Минимизация булевых функций.

Раздел 2. Элементы комбинаторики

- 2.1. Основные правила комбинаторики (правила суммы и произведения).
- 2.2. Размещения, перестановки, сочетания (без повторений и с повторениями).
- 2.3. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
- 2.4. Формула включений и исключений.
- 2.5. Рекуррентные соотношения. Производящие функции.

Раздел 3. Элементы теории графов

- 3.1. Основные понятия теории графов. Виды графов (ориентированные, неориентированные, взвешенные).
- 3.2. Способы задания графов (матрица смежности, матрица инцидентности, списки).
- 3.3. Маршруты, цепи, циклы. Связность графов.
- 3.4. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
- 3.5. Деревья. Остовное дерево. Алгоритмы поиска минимального остовного дерева.
- 3.6. Задачи о кратчайшем пути (алгоритмы Дейкстры, Флойда).
- 3.7. Обход графов (поиск в ширину и в глубину).

Раздел 4. Линейная алгебра

- 4.1. Матрицы и действия над ними. Транспонирование матриц.
- 4.2. Определители и их свойства. Вычисление определителей.
- 4.3. Обратная матрица. Ранг матрицы.
- 4.4. Системы линейных алгебраических уравнений. Методы Гаусса, Крамера, матричный метод.
- 4.5. Векторы и линейные пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность.
- 4.6. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы.
- 4.7. Квадратичные формы.

Раздел 5. Аналитическая геометрия

- 5.1. Векторная алгебра. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
- 5.2. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнения прямой и плоскости.

5.3. Кривые и поверхности второго порядка.

Раздел 6. Математический анализ

- 6.1. Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции.
- 6.2. Производная функции. Правила дифференцирования. Исследование функций и построение графиков.
- 6.3. Неопределённый и определённый интегралы. Методы интегрирования. Приложения определённого интеграла.
- 6.4. Функции нескольких переменных. Частные производные. Экстремумы.
- 6.5. Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости. Степенные ряды.
- 6.6. Обыкновенные дифференциальные уравнения (основные типы и методы решения).

Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика

- 7.1. Случайные события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности.
- 7.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 7.3. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
- 7.4. Случайные величины (дискретные и непрерывные). Закон распределения, функция распределения, плотность распределения.
- 7.5. Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
- 7.6. Основные законы распределения (биномиальное, Пуассона, равномерное, нормальное).
- 7.7. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
- 7.8. Элементы математической статистики. Выборка. Точечные и интервальные оценки параметров. Проверка статистических гипотез.

Раздел 8. Дискретная математика и теория алгоритмов

- 8.1. Понятие алгоритма. Машина Тьюринга. Тезис Чёрча — Тьюринга.
- 8.2. Вычислимость и разрешимость. Алгоритмически неразрешимые задачи.
- 8.3. Сложность алгоритмов. Асимптотические оценки (O-нотация). Классы сложности P и NP.
- 8.4. Кодирование информации. Основы теории кодирования. Помехоустойчивое кодирование.
- 8.5. Конечные автоматы. Регулярные выражения. Формальные языки и грамматики.

Раздел 9. Численные методы

- 9.1. Погрешности вычислений. Источники и виды погрешностей.
- 9.2. Численное решение нелинейных уравнений (методы половинного деления, итераций, Ньютона).
- 9.3. Численное решение систем линейных уравнений (прямые и итерационные методы).
- 9.4. Интерполяция и аппроксимация функций. Метод наименьших квадратов.
- 9.5. Численное интегрирование (методы прямоугольников, трапеций, Симпсона).

9. Образцы заданий

Часть А. Вопросы с выбором одного верного ответа

1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4\}$ и $B = \{3, 4, 5\}$. Чему равно $A \cap B$?
A) $\{1, 2, 5\}$ B) $\{3, 4\}$ C) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D) \emptyset
2. Сколько элементов в множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$? Чему равна мощность булеана (множества всех подмножеств) этого множества?
A) 10 B) 25 C) 32 D) 5
3. Чему равно значение логического выражения $\neg(A \wedge B)$ при $A = 1, B = 0$?
A) 0 B) 1 C) неопределённо D) A
4. Переведите двоичное число 110101_2 в десятичную систему.
A) 51 B) 53 C) 45 D) 61
5. Чему равно $7! / 5!$?
A) 7 B) 35 C) 42 D) 49

6. Сколько существует способов выбрать 2 элемента из 5 без учёта порядка (C_5^2)?
 A) 10 B) 20 C) 25 D) 5
7. Производная функции $f(x) = x^3$ равна:
 A) $3x$ B) x^2 C) $3x^2$ D) $3x^3$
8. Чему равен определитель матрицы?

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

 A) 5 B) 8 C) 11 D) 10
9. Какое из чисел является простым?
 A) 21 B) 27 C) 29 D) 33
10. Сумма первых n членов арифметической прогрессии 2, 4, 6, ... при $n = 5$ равна:
 A) 20 B) 30 C) 25 D) 40
11. Логическая операция «импликация» $A \rightarrow B$ ложна только в случае:
 A) $A=0, B=0$ B) $A=1, B=1$ C) $A=1, B=0$ D) $A=0, B=1$
12. Чему равен НОД(12, 18)?
 A) 2 B) 3 C) 6 D) 36
13. Решением уравнения $2^x = 8$ является:
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 16
14. Значение выражения $\log_2 16$ равно:
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 8
15. Дан вектор
 $\vec{a} = (3, 4)$
 Его длина (модуль) равна:
 A) 5 B) 7 C) 12 D) 25
16. Сколько рёбер в полном неориентированном графе с 4 вершинами (K_4)?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 8
17. Вероятность выпадения чётного числа при одном броске игрального кубика равна:
 A) $1/6$ B) $1/3$ C) $1/2$ D) $2/3$
18. Чему равна сумма геометрической прогрессии $1 + 2 + 4 + 8 + 16$?
 A) 30 B) 31 C) 32 D) 63
19. Если $f(x) = 2x + 1$, то значение $f(f(2))$ равно:
 A) 9 B) 10 C) 11 D) 5
20. Отрицание высказывания «Все студенты сдали экзамен» — это:
 A) Все студенты не сдали экзамен B) Хотя бы один студент не сдал экзамен
 C) Ни один студент не сдал D) Некоторые студенты сдали

Часть В. Вопросы с кратким открытым ответом

- Найдите значение выражения $C_6^2 + C_6^3$ (число сочетаний).
- Переведите десятичное число 100 в двоичную систему счисления.
- Решите уравнение: $3x - 7 = 2x + 5$. Запишите x .

4. Найдите производную функции $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$ в точке $x = 1$.

5. Дана матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Найдите её определитель.

6. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если цифры не повторяются?

7. Постройте таблицу истинности и укажите, при скольких наборах значений (из всех возможных для А и В) выражение $A \vee B$ истинно.

8. Вычислите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом $b_1 = 1$ и знаменателем $q = 1/2$.

9. Найдите НОК(4, 6).

10. В урне 3 белых и 2 чёрных шара. Какова вероятность вытащить белый шар?

Часть С. Задания с развёрнутым аналитическим рассуждением

1. Докажите, используя законы алгебры логики (или таблицу истинности), что выражение $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ (закон де Моргана). Приведите полную таблицу истинности.

2. Решите систему линейных уравнений, которую образуют уравнения ниже, и опишите ход решения:
 $x + y = 7$
 $2x - y = 2$

3. В группе 30 студентов. 18 изучают английский язык, 15 — немецкий, 7 — оба языка. Сколько студентов не изучают ни один из этих языков? Решите задачу с помощью формулы включений-исключений и поясните рассуждение (можно использовать диаграмму Эйлера–Венна).

4. Исследуйте функцию $f(x) = x^2 - 4x + 3$: найдите нули функции, координаты вершины параболы, промежутки возрастания и убывания. Сделайте вывод о её поведении.

5. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Опишите пространство элементарных исходов, благоприятные исходы и приведите расчёт.

10. Перечень рекомендуемой литературы

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. — СПб.: Питер.
2. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. — М.: ФИМА, МЦНМО.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая школа.
4. Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов / Элементы дискретной математики.
5. Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В. Элементы дискретной математики. — М.: ИНФРА-М.
6. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике (линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ). — М.: Айрис-пресс.
7. Шипачёв В. С. Основы высшей математики. — М.: Высшая школа.
8. Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов. — М.: Академия.
9. Колмогоров А. Н. и др. Алгебра и начала математического анализа (10–11 кл., углублённый уровень).